

استخدام الحاسبة

شرح الدرس بالفيديو

1 - إيجاد المساحة المحصورة تحت منحنيات التوزيع.

2- إيجاد احتمالات التوزيعات الطبيعية، وإيجاد قيم البيانات عند إعطاء الاحتمالات.

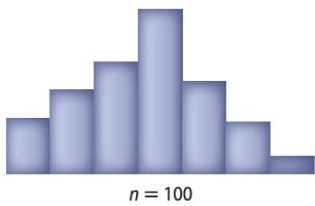
في هذا الدرس سوف نتعلم:

يُسمى التوزيع الاحتمالي لمتغير متصل بالتوزيع الاحتمالي المتصل. يُسمى التوزيع الاحتمالي المتصل الأكثر استخدامًا بالتوزيع الطبيعي.

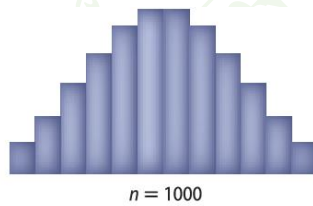
تكون خواص التوزيع الطبيعي كما يلي:

- يتسم التمثيل البياني للمنحنى بأنه متصل ويشبه شكل الجرس ومتماثل بالنسبة للوسط.
- يتسم الوسط والوسيط والمنوال بالمساواة والمركزية.
- يُعد المنحنى متصلًا.
- يقترب المنحنى من المحور الأفقي X ولكنه لا يتلامس معه أبدًا.
- المساحة الكلية تحت المنحنى تساوي 1 أو 100 %.

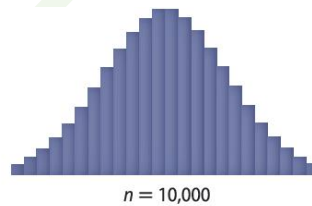
بزيادة حجم العينة والحد من عرض الفئة، يصبح التوزيع أكثر وأكثر تماثلًا. فإن كان من الممكن اعتيان المجتمع الإحصائي بأكمله، فإن التوزيع سيقارب التوزيع الطبيعي كما هو موضح.



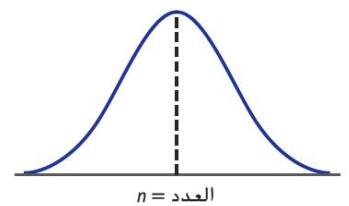
$n = 100$



$n = 1000$

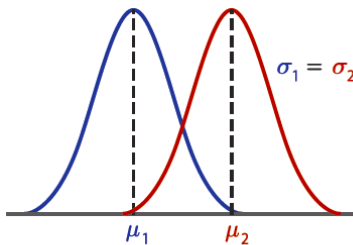


$n = 10,000$

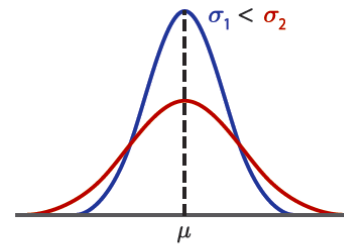


$n = \text{العدد}$

لكل متغير عشوائي ذي توزيع طبيعي، يعتمد شكل منحنى التوزيع الطبيعي وموقعه على المتوسط والانحراف المعياري. فعلى سبيل المثال، يمكنك أن ترى في المثال 10.5.1 أن زيادة حجم الانحراف المعياري تزيد من تسطح المنحنى. ويؤدي التغير في المتوسط، كما يوضح الشكل 10.5.2، إلى إزاحة أفقية للمنحنى.



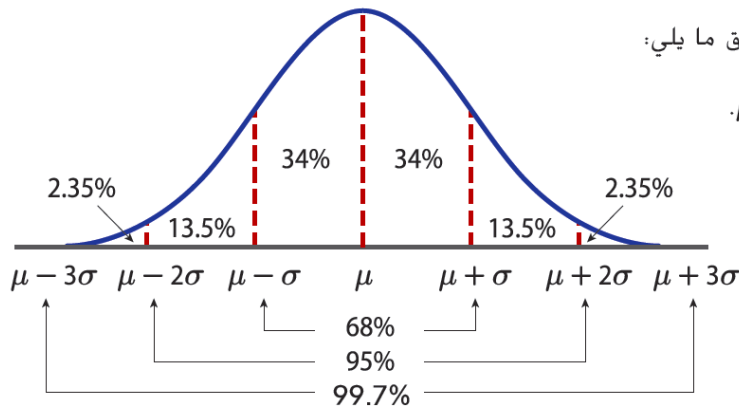
الشكل 10.5.2



الشكل 10.5.1

تمثل المنطقة الواقعة تحت منحى التوزيع الطبيعي بين قيمتين للبيانات النسبة المئوية من البيانات الواقعة داخل هذه الفترة. يمكن استخدام القاعدة التجريبية لوصف المساحة تحت المنحنى الطبيعي وضمن فترات تبعد انحرافاً معيارياً واحداً أو اثنين أو ثلاثة عن الوسط.

القاعدة التجريبية



في التوزيع الطبيعي ذي الوسط μ والانحراف المعياري σ ، ينطبق ما يلي:

- تقع تقريباً 68% من قيم البيانات فيما بين $\mu - \sigma$ و $\mu + \sigma$.
- تقع 95% من البيانات بين $\mu - 2\sigma$ و $\mu + 2\sigma$.
- تقع 99.7% من قيم البيانات بين $\mu - 3\sigma$ و $\mu + 3\sigma$.

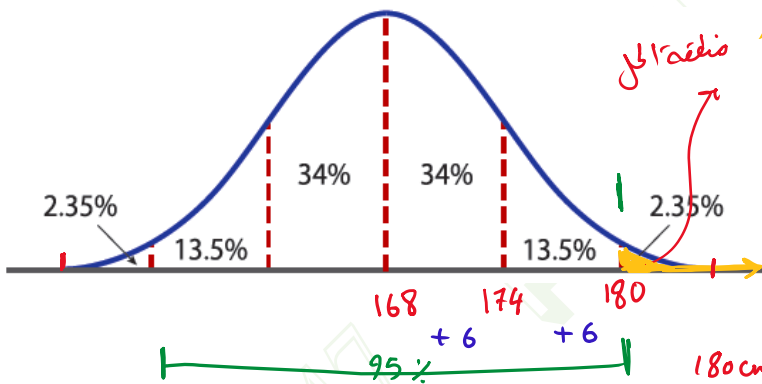
استخدام القاعدة التجريبية

 YouTube^{AE}

سُجَّ السَّوَالِ بِالْقِدْوِ ↗

الارتفاع: يتوزع طول 880 طالباً بمدرسة الشرق الثانوية طبيعياً بوسط 168 cm وانحراف معياري 6 cm.

a. كم عدد الطلاب الذين يزيد طولهم عن 180 cm تقريباً؟



أولاً/ نحدد المنطقة التي نريد عند 180 cm باللون الأصفر
ثانياً/ نخب نبرة هذه المنطقة

المنطقة التي عليها خط أخضر في الرسم نسبا : 95

إذا فيه مساحة التيلين يحسن ويساير $5\frac{1}{2}$

نحو النحل الزمين فقط وصي ضلقة الكل 2.5

ثالثاً / خب عبد السلام :

طالبي = 22 = (880) % 2.5 = عدد الطلاب فوق 180 cm

 YouTube^{AE}

شرح السؤال بالفيديو

b. ما النسبة المئوية للطلاب الذين يتراوح طولهم بين 150 cm و 174 cm ؟

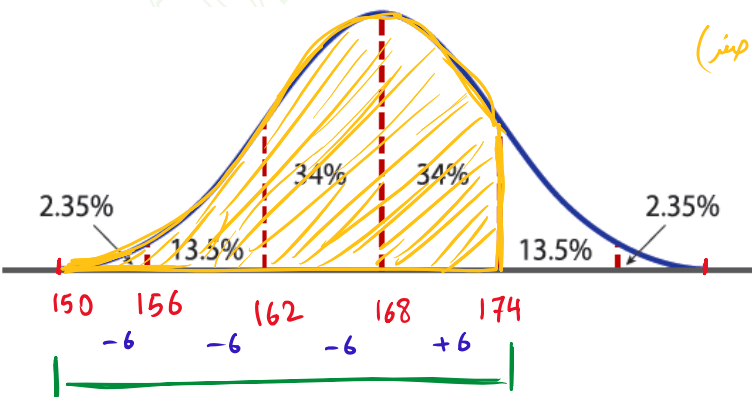
أولاد / خمد المنطقة من 150 , 174

ثانياً / كيفية مساحة هذه المنطقة (باللون الأخضر)

$$\text{السبة} = 34\% + 34\% + 13.5\% + 2.35\%$$
$$= 83.85 \% \approx 84 \%$$

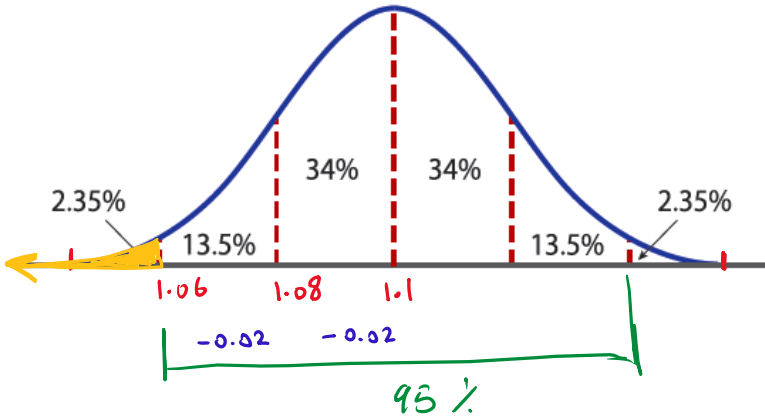
وإذا 84% من الغلاب تقرَّبًا سَراوح أطوالهم

174 cm, 150 cm ہیں



التصنيف توزع آلة لتعبئة قوارير الماء كميات مختلفة قليلاً من الماء في كل قارورة. افترض أن حجم الماء في 120 قارورة له توزيع طبيعي وسطه 1.1 L وانحراف معياري يساوي 0.02 L.

a. ما العدد التقريبي لقوارير الماء التي تُمَلَأُ بكمية أقل من 1.06 L ؟



أولاً/ نحدد المنطقة التي نبحث عنها (المساحة المظلمة)

ثانياً/ حسب نسبة مساحة هذه المنطقة

المنطقة المحيطة بالمتوسط 95%

إذا نسبة الزيلين 5%

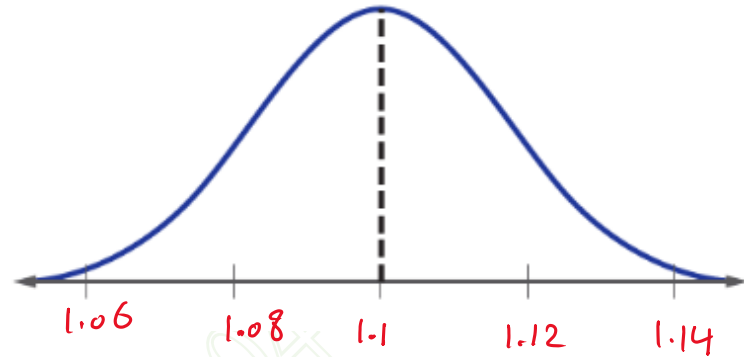
ونسبة الزيل الأيسر = 2.5%

ثالثاً/ نوجد عدد القوارير في تلك المنطقة:

$$\text{قوارير} = 3 = (120) \times 2.5\%$$

شرح السؤال بالفيديو

b. ما النسبة المئوية من القوارير التي تضم ما بين 1.08 L و 1.14 L ؟



أولاً/ نحدد المنطقة (باللون المظلم)

ثانياً/ حسب نسبة المساحة لهذه المنطقة

$$\text{النسبة} = 34\% + 34\% + 13.5\%$$

$$= 81.5\%$$

إذا 81.5% من القوارير تضم ما بين

$$1.08 \text{ L و } 1.14 \text{ L}$$

إيجاد قيم Z

في حين يمكن استخدام القاعدة التجريبية في تحليل التوزيع الطبيعي، تكون فائدتها الوحيدة عند تقييم قيم محددة، مثل $\mu + \sigma$. يمكن تحويل المتغير الذي يتم توزيعه طبيعياً إلى قيمة معيارية أو قيمة Z، حيث يُمكن استخدامه في تحليل أي مدى من القيم في التوزيع الطبيعي. يُعرف هذا التحويل بالمعيارية. تُعرف قيمة Z أيضاً بالدرجة z وإحصاء اختبار z، وتمثل عدد الانحرافات المعيارية التي تشكلها قيمة بيانات معينة من الوسط.

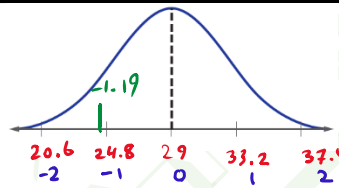
المفهوم الأساسي صيغة قيم Z

قيمة Z الخاصة بقيمة البيانات في مجموعة بيانات محددة من خلال $z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ حيث X هي قيم البيانات، و μ هو الوسط، و σ هو الانحراف المعياري.



سبح سوال بالفيديو

جد كلاً مما يلي.



a. z if $X = 24$, $\mu = 29$, and $\sigma = 4.2$

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma} \Rightarrow z = \frac{24 - 29}{4.2} = \frac{-5}{4.2} = -1.19$$

b. X if $z = -1.73$, $\mu = 48$, and $\sigma = 2.3$

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma} \Rightarrow -1.73 = \frac{X - 48}{2.3} \Rightarrow -1.73(2.3) = X - 48 \Rightarrow X = -1.73(2.3) + 48 = 44.021$$

2A. z if $X = 32$, $\mu = 28$, and $\sigma = 1.7$

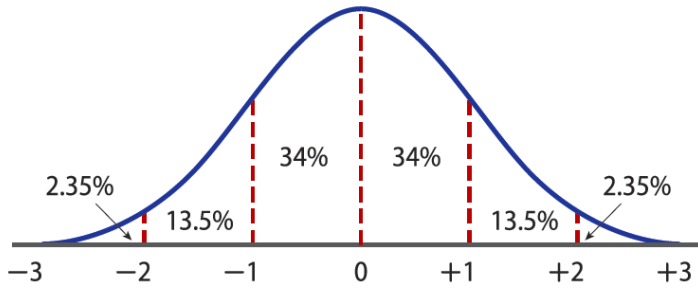
$$z = \frac{X - \mu}{\sigma} \Rightarrow z = \frac{32 - 28}{1.7} = \frac{4}{1.7} = 2.35$$

2B. X if $z = 2.15$, $\mu = 39$, and $\sigma = 0.4$

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma} \Rightarrow 2.15 = \frac{X - 39}{0.4} \Rightarrow 2.15(0.4) = X - 39 \Rightarrow X = 2.15(0.4) + 39 = 39.86$$

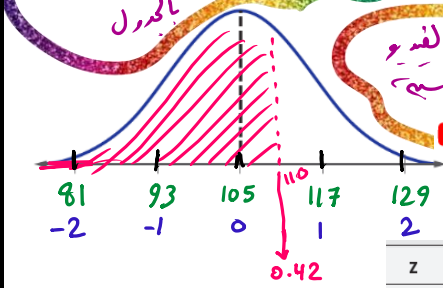
يحتوي كل متغير عشوائي تم توزيعه طبيعيًا على وسط و انحراف معياري فريدين، وهو ما يؤثر على شكل وموقع المنحنى. ونتيجة ذلك، يوجد العديد من التوزيعات الاحتمال الطبيعية اللانهائية. ولحسن الحظ، يمكن ربطهم جميعًا بتوزيع واحد يُسمى التوزيع الطبيعي المعياري. **التوزيع الطبيعي المعياري** هو توزيع طبيعي لقيم z بمتوسط 0 و انحراف معياري 1.

المفهوم الأساسي خواص التوزيع الطبيعي المعياري



- المساحة الكلية تحت المنحنى تساوي 1 أو 100%.
- تقع المنطقة كلها بين $z = -3$ و $z = 3$.
- التوزيع متماثل.
- الوسط يساوي 0 والانحراف المعياري يساوي 1.
- يقترّب المنحنى من المحور الأفقي x ولكنه لا يتلامس معه أبدًا.

الانصافات بلغ متوسط المكالمات التي يستقبلها مندوب خدمة العملاء كل يوم خلال شهر 30 يومًا 105 مكالمات. افترض أن عدد المكالمات يتم توزيعه طبيعيًا. جد عدد الأيام التي تقل المكالمات فيها عن 110 مكالمات.



شرح السؤال بالفيديو بالمدونة

$$z = \frac{110 - 105}{12} = 0.42$$

نوجد z المقابلة

من جدول التوزيع الطبيعي المعياري

فإنه المقابلة على z هي 0.6628

$$= 0.6628 (30) = \text{عدد الأيام}$$

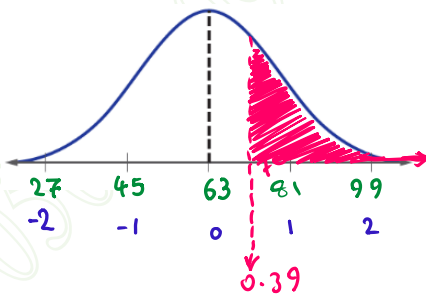
$$= 19.884$$

يوجد تقريبًا 20 يوم تقل المكالمات فيها عن 110 مكالمات

الجدول كامل في آخر الصفحات بهذا الملف

z	.00	.01	.02
0.0	.5000	.5040	.5080
0.1	.5398	.5438	.5478
0.2	.5793	.5832	.5871
0.3	.6179	.6217	.6255
0.4	.6554	.6591	.6628

كرة السلة بلغ متوسط عدد النقاط التي أحرزها أحد فرق كرة السلة خلال موسم واحد 63 مع انحراف معياري 18. إذا كانت هناك 15 مباراة خلال الموسم، فجد النسبة المئوية للمباريات التي أحرز فيها الفريق أكثر من 70 نقطة. افترض أن توزيع عدد النقاط كان طبيعيًا.



$$z = \frac{70 - 63}{18} = 0.39$$

نوجد z المقابلة

من جدول التوزيع الطبيعي المعياري

فإنه المقابلة على z هي 0.6141

$$= 1 - 0.6141 = 0.3859 = 38.59\%$$

70 نقطة

≈ 35%

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517

Find the interval of z -values associated with each area.

جد فترة قيم z المرتبطة بكل منطقة.

a. middle 50% of the data

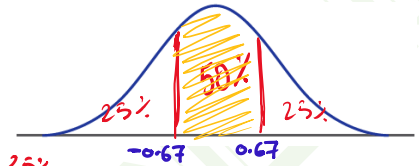
من جدول التوزيع الطبيعي المعياري

a. النسبة الوسطى 50% من البيانات.

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07
-0.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514
								.25
z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486
								.75

$z = -0.67$

$z = 0.67$



$0.25 = 25\%$
 $0.75 = 75\%$

$$-0.67 < z < 0.67$$



شرح السؤال بالفيديو
بالجمل

شرح السؤال بالفيديو
بالأدلة الخ

b. the outside 20% of the data

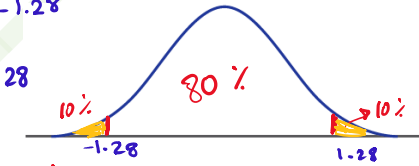
من جدول التوزيع الطبيعي المعياري

b. النسبة الخارجية 20% من البيانات.

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08
-1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003
									.10
z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997
									.90

$z = -1.28$

$z = 1.28$



$0.1 = 10\%$
 $0.9 = 90\%$

$$z < -1.28 \quad \text{or} \quad z > 1.28$$

شرح السؤال بالفيديو

4A. the middle 25% of the data

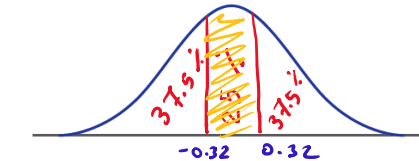
من جدول التوزيع الطبيعي المعياري

4A. نسبة 25% الوسطى من البيانات.

z	.00	.01	.02
-0.3	.3821	.3783	.3745
			.37.5
z	.00	.01	.02
0.3	.6179	.6217	.6255
			.62.5

$z = -0.32$

$z = 0.32$



$0.375 = 37.5\%$
 $0.625 = 62.5\%$

$$-0.32 < z < 0.32$$

4B. the outside 60% of the data

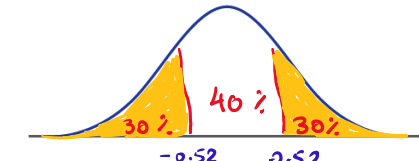
من جدول التوزيع الطبيعي المعياري

4B. النسبة الخارجية 60% من البيانات.

z	.00	.01	.02
-0.5	.3085	.3050	.3015
			.30
z	.00	.01	.02
0.5	.6915	.6950	.6985
			.70

$z = -0.52$

$z = 0.52$



$0.3 = 30\%$
 $0.7 = 70\%$

$$z < -0.52 \quad \text{or} \quad z > 0.52$$



شرح السؤال بالفيديو

الأرصاد الجوية يتم توزيع درجات الحرارة لأحد الشهور في إحدى مدن دولة الإمارات حيث $\mu = 81^\circ$ و $\sigma = 6^\circ$. جد كل احتمال، واستخدم حاسبة التمثيل البياني لرسم المنطقة المقابلة الواقعة تحت المنحنى.

a. $P(70^\circ < X < 90^\circ)$

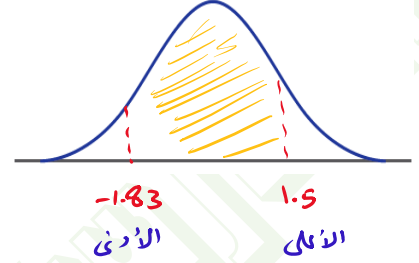
$$X = 70 \Rightarrow Z = \frac{70 - 81}{6} = -1.83$$

$$X = 90 \Rightarrow Z = \frac{90 - 81}{6} = 1.5$$

المطلوب حسب المسألة (باللون الأصفر)

بالآلة الحاسبة $0.8995 \approx 0.9$

تقريباً 90% من درجات الحرارة كانت تقع بين 70 و 90.



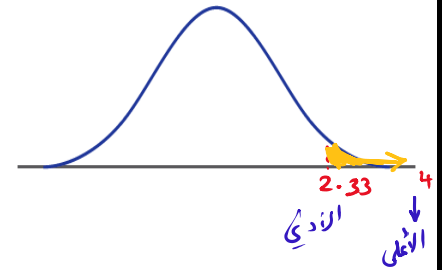
b. $P(X \geq 95^\circ)$

$$X = 95 \Rightarrow Z = \frac{95 - 81}{6} = 2.33$$

المطلوب حسب المسألة (باللون الأصفر)

بالآلة الحاسبة $0.00987 \approx 0.01$

← احتمال أن تساوي درجة الحرارة 95 أو أكثر = 1% تقريباً.



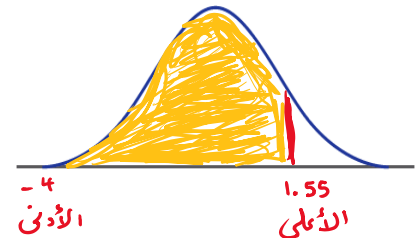
الاختبار توزع درجات اختبار معياري توزيعاً طبيعياً فيه $\mu = 72$ و $\sigma = 11$. جد كل احتمال مما يلي واستخدم حاسبة التمثيل البياني أو الجداول لإيجاد المساحة تحت المنحنى.

A. $P(X < 89)$

$$X = 89 \Rightarrow Z = \frac{89 - 72}{11} = 1.55$$

المطلوب المسألة (باللون الأصفر) ← بالآلة الحاسبة $0.9394 \approx 0.94$

← احتمال أن تكون درجة الاختبار أقل من 89 هو 93.9%



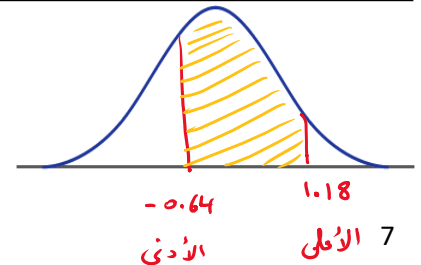
B. $P(65 < X < 85)$

$$X = 65 \Rightarrow Z = \frac{65 - 72}{11} = -0.64$$

$$X = 85 \Rightarrow Z = \frac{85 - 72}{11} = 1.18$$

المسألة الصغار بالآلة الحاسبة هي $0.6199 \approx 0.62$

تقريباً 62% من الدرجات كانت بين 65 و 85.



الدراسة الجامعية تتوزع درجات اختبار قبول الجامعة في قسم الرياضيات طبيعياً حيث $\mu = 65$ و $\sigma = 8$.

a. إذا أرادت فاطمة أن تكون ضمن الـ 20% الأوائل، فما الدرجة التي يجب عليها تحقيقها؟

نحب Z عندما تكون القيمة المطلوبة 80% من جدول التوزيع الطبيعي المعياري

z	.00	.01	.02	.03	.04
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995

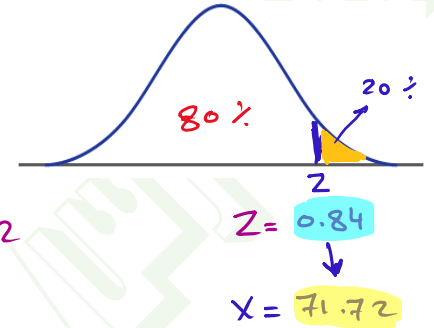
80%

$$Z = 0.84$$

نحول قيمة Z المقابلة لـ 0.84

$$\Rightarrow 0.84 = \frac{X - 65}{8} \Rightarrow X = 0.84(8) + 65 = 71.72$$

يجب على فاطمة الحصول على درجة 71.72 فما فوق لكي تكون ضمن الـ 20% الأوائل.



b. تتوقع فاطمة أن تحصل على درجة ضمن النسبة الوسطى 90% في التوزيع. فما مدى الدرجات الذي يقع ضمن هذه الفئة؟

نحول قيمتي Z من جدول التوزيع الطبيعي المعياري

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05
-1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505

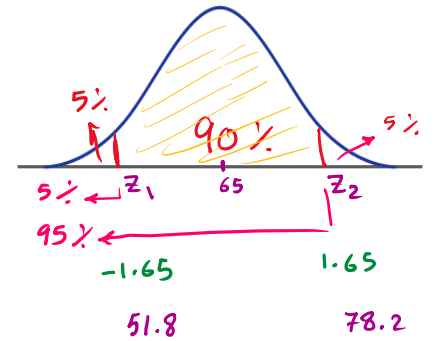
$$Z_1 = -1.645 \approx -1.65$$

$$Z_2 = 1.645 \approx 1.65$$

$$Z_1 = -1.65 \Rightarrow -1.65 = \frac{X - 65}{8} \Rightarrow X_1 = -1.65(8) + 65 = 51.8$$

$$Z_2 = 1.65 \Rightarrow 1.65 = \frac{X - 65}{8} \Rightarrow X_2 = 1.65(8) + 65 = 78.2$$

سوف فاطمة أن تكون درجتها بين 51.8 و 78.2 لكي تكون ضمن 90% الوسطى.



البحث يختار باحث خلال إحدى الدراسات الطبية مجموعة للدراسة وسط وزنها 86 kg وانحرافها المعياري 5.5 kg. افتض أن الأوزان

موزعة طبيعياً.

A. إذا كانت الدراسة ستتركز بصورة رئيسية على المشاركين الذين تقع أوزانهم في النسبة الوسطى 80% من مجموعة البيانات، فما مدى الأوزان الذي سيشملته ذلك؟

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08
-1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997

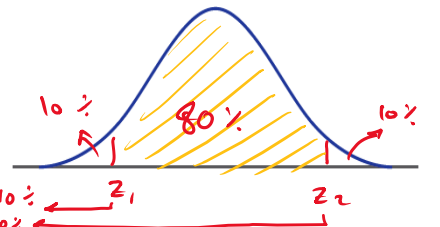
$$Z_1 = -1.28$$

$$Z_2 = 1.28$$

$$Z_1 = -1.28 \Rightarrow -1.28 = \frac{(X - 86)}{5.5} \Rightarrow X_1 = 78.96$$

$$Z_2 = 1.28 \Rightarrow 1.28 = \frac{(X - 86)}{5.5} \Rightarrow X_2 = 93.04$$

$$79 < X < 93$$



B. إذا تم الاتصال بالمشاركين الذين تقع أوزانهم ضمن النسبة الخارجية 5% من التوزيع بعد أسبوعين من الدراسة، فما مدى الأوزان الأشخاص الذين سيجري

الاتصال بهم؟

z	.04	.05
-1.6	.0505	.0495
1.6	.9495	.9505

$$Z_1 = -1.65$$

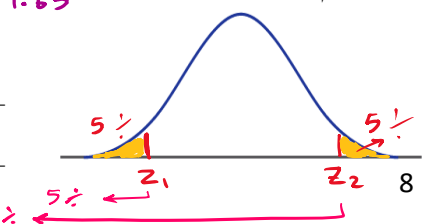
$$Z_2 = 1.65$$

$$Z_1 = -1.65 \Rightarrow -1.65 = \frac{X - 86}{5.5} \Rightarrow X = 76.9$$

$$Z_2 = 1.65 \Rightarrow 1.65 = \frac{X - 86}{5.5} \Rightarrow X = 95.1$$

$$X < 76.9$$

$$\text{or } X > 95.1$$

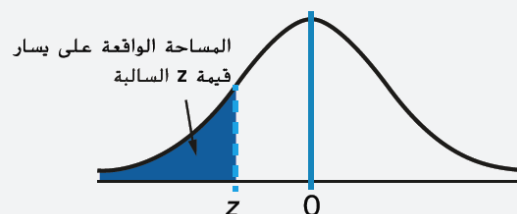


الجدول A التوزيع الطبيعي المعياري

التوزيع الطبيعي المعياري التراكمي

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
-3.4	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0002
-3.3	.0005	.0005	.0005	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0003
-3.2	.0007	.0007	.0006	.0006	.0006	.0006	.0006	.0005	.0005	.0005
-3.1	.0010	.0009	.0009	.0009	.0008	.0008	.0008	.0008	.0007	.0007
-3.0	.0013	.0013	.0013	.0012	.0012	.0011	.0011	.0011	.0010	.0010
-2.9	.0019	.0018	.0018	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
-2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021	.0020	.0019
-2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
-2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
-2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0048
-2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
-2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
-2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
-2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
-2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
-1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
-1.8	.0359	.0351	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
-1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
-1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
-1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
-1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0721	.0708	.0694	.0681
-1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
-1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0985
-1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
-1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
-0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
-0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
-0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2296	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
-0.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
-0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
-0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
-0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3483
-0.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
-0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
-0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641

لقيم Z التي تقل عن -3.49 - استخدم 0.0001

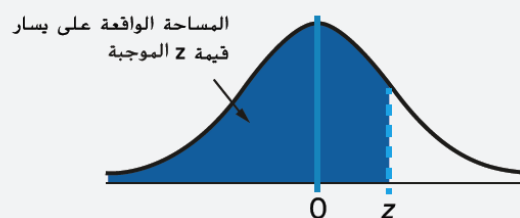


الجدول A (تابع)

التوزيع الطبيعي المعياري التراكمي

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

لقيم Z التي تزيد عن 3.49 استخدم 0.9999



المساحة تحت المنحنى الطبيعي المعياري باستخدام قيمة Z

* تهيئة الآلة format : SHIFT 9 3 = AC

* إعداد الآلة للنظام الإحصائي : MODE 3 AC

* إيجار مساحة منطقة تحت المنحنى الطبيعي : SHIFT 1 5

الآلة الحاسبة :

991 ES Plus

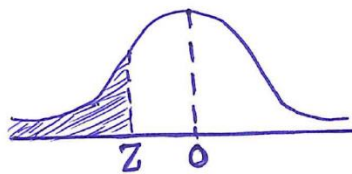
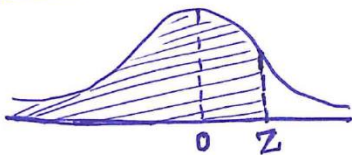
1: P(

2: Q(

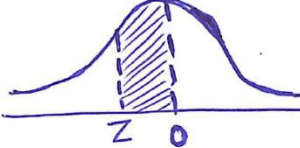
3: R(

4: t

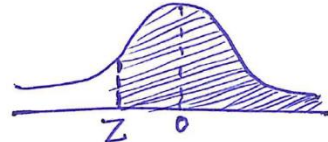
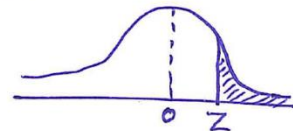
① نضبط

إذا كانت المساحة المطلوبة
من Z إلى $-\infty$ يقال
على يسار

② نضبط

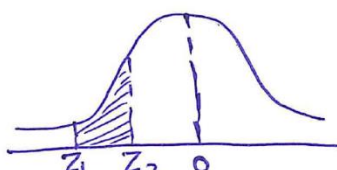
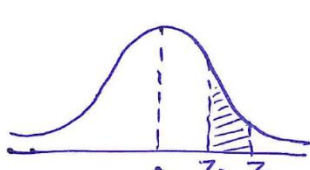
إذا كانت المساحة المطلوبة
من Z إلى 0 

③ نضبط

إذا كانت المساحة المطلوبة
من Z إلى ∞ يزيد
على يسار

* ثم نكتب قيمة Z ونضبط [] ثم = نتج المساحة

ملاحظة : هذه الحالات تدرج تحت الحالة الثانية (نضبط ②)

نوجد من Z_1 إلى 0 ثم من Z_2 إلى 0
ثم الطرح
العلم : طاباير الصغ ②نوجد من Z_1 إلى 0 ثم من Z_2 إلى 0
ثم الطرحنوجد من Z_1 إلى 0 ثم من Z_2 إلى 0
ثم الجمع

CASIO FX-991EX باستخدام الآلة الحاسبة

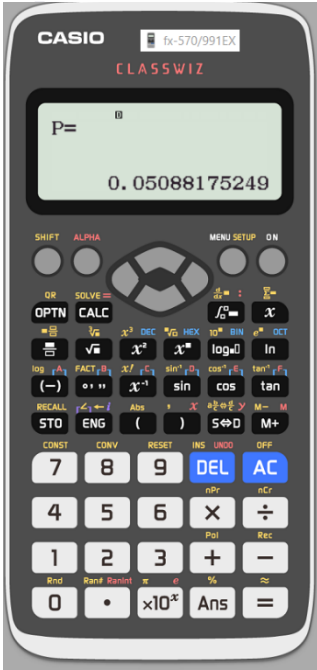


الإحصاء

قبل إجراء أي عملية جديدة لابد من إعادة تهيئتها

Shift → 9 → 3 → = → AC

استخدام الآلة لإيجاد المساحة أسفل منحنى التوزيع الطبيعي (أو الطبيعي المعياري) بين قيمتين



بعد التحويل لقيم معيارية

$$Z_1 = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{9.5 - 12}{2.9} \approx -0.86$$

$$Z_2 = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{15.5 - 12}{2.9} \approx 1.21$$

$$P(-0.86 \leq Z \leq 1.21) =$$

Menu → 7 → 2

Lower : - 0.86

Upper : 1.21

$\sigma : 1$

$\mu : 0 \Rightarrow P = 0.6919$

$$X_1 = 9.5$$

$$X_2 = 15.5$$

وانحراف معياري

بوسط حسابي

$$\sigma = 2.9$$

$$\mu = 12$$

$$P(9.5 \leq X \leq 15.5) =$$

Menu → 7 → 2

Lower : 9.5

Upper : 15.5

$\sigma : 2.9$

$\mu : 12 \Rightarrow P = 0.6919$

استخدام الآلة لإيجاد المساحة أسفل منحنى التوزيع الطبيعي (أو الطبيعي المعياري)

على يسار

$$\mu = 8$$

$$\sigma = 2$$

$$P(X \leq 6.4) =$$

Menu → 7 → 2

Lower : -1000

Upper : 6.4

$\sigma : 2$

$\mu : 8$

$\Rightarrow P = 0.2118$

بعد التحويل لقيم معيارية

$$Z = \frac{6.4 - 8}{2} = -0.8$$

$$P(Z \leq -0.8) =$$

Menu → 7 → 2

Lower : -1000

Upper : -0.8

$\sigma : 1$

$\mu : 0$

$\Rightarrow P = 0.2118$



على يمين

$$\mu = 8$$

$$\sigma = 2$$

$$P(X \geq 6.4) =$$

Menu → 7 → 2

Lower : 6.4

Upper : 1000

$\sigma : 2$

$\mu : 8$

$\Rightarrow P = 0.7881$

بعد التحويل لقيم معيارية

$$Z = \frac{6.4 - 8}{2} = -0.8$$

$$P(Z \geq -0.8) =$$

Menu → 7 → 2

Lower : -0.8

Upper : 1000

$\sigma : 1$

$\mu : 0$

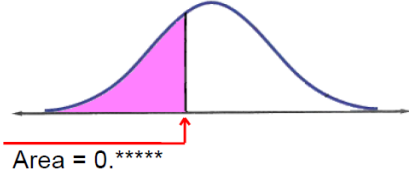
$\Rightarrow P = 0.7881$





CASIO FX-991EX باستخدام الآلة الحاسبة

الإحصاء



قبل اجراء أي عملية جديدة لابد من إعادة تهيئتها

Shift → 9 → 3 → = → AC

استخدام الآلة لإيجاد قيمة Z أو x التي يسارها مساحة معلومة

يفضل رسم منحنى التوزيع الطبيعي (أو منحنى التوزيع الطبيعي المعياري) وتظليل المساحة المعلومة

في حالة استخدام التوزيع الطبيعي المعياري

نستخدم الوسط الحسابي $\mu = 0$ والانحراف المعياري $\sigma = 1$

فنحصل على قيمة Z المعيارية

في حالة استخدام التوزيع الطبيعي

نستخدم الوسط الحسابي المعطى *****

والانحراف المعياري المعطى *****

فنحصل على قيمة x الفعلية

Menu → 7 → 3

Area : 0.*****

 $\sigma : 1$ $\mu : 0 \Rightarrow Z = \dots\dots\dots$

Menu → 7 → 3

Area : 0.*****

 $\sigma : \dots\dots\dots$ $\mu : \dots\dots\dots \Rightarrow x = \dots\dots\dots$